FACULTE DE MEDECINE D'ORAN

Analyse combinatoire

1. Arrangements

. Définition

On appelle ***arrangements de p objets; toutes suites ou sélections ordonnées de p objets pris parmi les n objets.***

Le nombre d'arrangements de *p objets pris parmi n est*

noté : $\boxed{A_n^p.}$ $\mathbf{1 \leq p \leq n}$

1-1. Arrangements

avec répétitions

- Lorsqu'un objet peut être observé **plusieurs fois dans un arrangement,** le nombre d'arrangement avec répétition de *p objets pris parmi n, est alors :*

$$\boxed{A_n^p = n \times n \times n \times \ldots . \times n = n^p}$$

Exemple :

Il y a 04 nucléotides simple dans l'ADN : A , C, G et T

[A (Adénine), C (Cytosine), G (Guanine) et T (Thymine)]

Il existe différents arrangements possibles de deux nucléotide avec p=2 et n=4

En tenant compte de l'ordre et de la répétition

= 16 dinucléotides possibles

$$A_4^2 = 4^2$$

AA AC AG AT CA **CC** CG CT

GA GC **GG** GT TA TC TG **TT**

1-2. Arrangements
sans répétitions

- Lorsque chaque objet ne peut être observé qu'*une seule fois dans un arrangement, le nombre* d'arrangements sans répétition de *p objets pris parmi n est alors :*

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!} \quad \text{avec } 1 \leq p \leq n$$

ex: 8 ! =8.7.6.5.4.3.2.1 et 0 ! = 1.

Exemple

Les trois médailles dans l'ordre lors d'une compétition de natation de 12 individus, constitue un arrangement possible avec *p=3 et n=12.*

Dans l'exemple**,** les trois médaillés à l'arrivée sont Forcément différents **(arrangements sans répétition).**

Une même personne ne peut pas se retrouver en 1 ère et 2ième place

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$\begin{aligned} A_3^{12} &= = \frac{12!}{(12-3)!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot \cancel{9!}}{\cancel{9!}} \\ &= 12 \cdot 11 \cdot 10 = 1320 \end{aligned}$$

2.Permutations
définition

On appelle permutations de n objets distincts, **toutes suites ordonnées de *n objets ou tout arrangement n à n de ces objets.***

2-1.Permutations
sans répétitions

Le nombre de permutations de *n objets est :*

$$\boxed{P_n} \quad \boxed{= \frac{n!}{(n-n)!} = n!}$$

Exemple :

Combien existe-t-il de permutations des lettres a, b et c?

Par énumération, nous trouvons:

(a; b; c), (a; c; b), (b; a; c), (b; c; a), (c; a; b) et (c; b; a)

Dans notre exemple: $3! = 6$.

2 -2.Permutations
avec répétition

Dans le cas où il existerait **plusieurs répétitions *k d'un même objet parmi les n objets,*** le nombre de permutations de *n objets est alors :*

$$\boxed{P_n = \frac{n!}{k!}}$$

Exemple :

Considérons le mot « CELLULE ». Le nombre de mots possibles (avec ou sans signification)

que l'on peut écrire en permutant ces 7 lettres est:

$$P_7 = \frac{7!}{2!3!}$$

en considérant deux groupes de lettres identiques :

L (3 fois) et E (2 fois).

3. Combinaisons
définition

Si l'on reprend l'exemple de la séquence d'ADN, à la différence des arrangements où les dinucléotides par ex. AC et CA formaient deux arrangements distincts, ces derniers alors ne formeront qu'une seule combinaison.

Pour les combinaisons, on ne parle plus de suite puisque la **notion d'ordre des objets n'est plus prise en compte.**

Le nombre de combinaisons de *p objets pris parmi n est noté :* C_n^p

3-1. Combinaisons
sans remise

Le nombre de **combinaisons** de p objets pris parmi n et **sans remise** est :

$$\boxed{C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} \text{ notée } \binom{n}{p} \text{ avec } 1 \leq p \leq n}$$

Exemple

De combien de manières peut-on choisir un lot de antibiotiques différents parmi 8 ?

Donc le nombre de manières de choisir 3 antibiotiques parmi 8 est égal à **56.**

$$\mathbf{C}_8^3 = \frac{8\,!}{3\,!(8-3)\,!}$$

3-2. Combinaisons

avec remise ou répétition

Le nombre de **combinaisons de *p objet parmi n avec remise est :***

$$\boxed{C_n^p = \frac{(n+p-1)!}{p!(n-1)!}}$$

- Soit la constitution de mots de 3 lettres à partir d'un alphabet à 5 lettres sans tenir compte de l'ordre et avec remise,

$$C_5^3 = \frac{\mathbf{(5+3-1)}\,!}{\mathbf{3}\,!\mathbf{(5-1)}\,!} = \frac{7\,!}{\mathbf{3}\,!\,4\,!} = \frac{7.\cancel{6}.5.\cancel{4}\,!}{\cancel{3}.\cancel{2}.\cancel{4}\,!} = \mathbf{7.5 = 35}$$